

A Simple Model of Inflation Band Targeting

Masaru Aoki
Japan Research Institute

This version: July 28, 2008

Abstract

近年多くの国で採用されているインフレーション・ターゲティングは、ほとんどの国で「幅」をもって導入されている。しかし、インフレ・ターゲティングの理論的な分析において、大多数の論文ではインフレ率のターゲットを「点」と仮定して議論が進められており、「中央銀行はなぜ幅のターゲットを設定するのか」という問題について扱っている論文は少ない。

本論文では、Barro and Gordon(1983)に立脚したモデルを用い、「インフレ・ターゲティング政策への信認」とは何かを定義した上で、インフレ・ターゲティング政策が「信認」が得られるための条件を示す。次に、この条件を満たすように「幅」のあるターゲットを設定すれば、「動学的不整合性」の問題を解決できることを示す。さらに、中央銀行が民間経済主体のインフレ期待形成に関する情報をほとんど持っていない時、中央銀行の厚生を最大にするための「幅」の上限と下限の決定基準について提案している。

本モデルの特徴としては、(1) 特殊な中央銀行の目的関数を想定しなくとも、「幅」のあるインフレ・ターゲティング政策を導入する根拠が示せること、(2) ターゲット設定に伴う民間経済主体の期待形成との相互作用を考慮した上で、中央銀行が民間経済主体の期待形成についての情報が完全ではない時の、ターゲットの「幅」の設定基準を提示したこと、(3) 中央銀行が「真の」目的関数に従った行動により合理的期待均衡に収束した後、「擬似的な」目的関数に従った行動をとることでインフレ・バイアスの問題を解消できること、が挙げられる。

JEL Classification:E31,E52,E58,E61

Keywords: inflation targeting, time inconsistency

1. Introduction

この10数年間、マクロ経済、特に金融政策を語る文脈において、インフレーション・ターゲティング(以下、インフレーションを「インフレ」とする)に関する議論が盛んに行われてきた。インフレ・ターゲティング政策は、1990年のニュージーランドを初めとして多くの国が導入し、それらの国々の経済はよいパフォーマンスを挙げている。また、理論面では、1990年代半ば以降、Walsh(1995)、Svensson(1997a, 1997b)といった論文をはじめとして、多くの研究論文が発表されている¹。

実際のインフレ・ターゲットは、ほとんどの国で「幅」をつけて導入されている。例えばニュージーランドでは1~3%、カナダでは $2 \pm 1\%$ 、といった具合である。また、イギリスは基本的には2%という「点」のターゲットであるが、 $\pm 1\%$ の許容範囲がついている。

このように「幅」をつける理由は、金融政策によってある1点のインフレ率を的中させることは経済的ショック等の様々な要因のため困難であるから、中央銀行が望ましいと考えられるインフレ率の近傍をターゲットとすることで、できるだけインフレ率を安定させながら説明責任を果たすためであると考えられる。その「幅」をどのような範囲にするかは、各国の経済環境や経済構造等が勘案されて決められている。

一方の理論的な分析においては、大多数の論文ではインフレ率のターゲットを「点」と仮定して議論が進められている。理論モデルの中では、経済的ショックは期待値ゼロと仮定されるので、実現するインフレ率が「点」のターゲットを外していても、期待値で見れば中央銀行は「点」をターゲットとしているため責任を果たしている、という説明が可能である。しかし、初めから「点」のターゲットを前提として分析を進めるのでは、「なぜ多くの中央銀行は幅を持ったターゲットを設定しているのか」という現実を説明することはできない。

数少ない「幅」のターゲットを扱っている論文として、Mishkin and Westelius(2006)が挙げられる²。その論文における「幅」のターゲットを導入する目的は、「点」のモデルと同様、中央銀行の「時間不整合性」問題を解決することにある。彼らは、金融政策に関する基本的モデルであるBarro and Gordon(1983)モデルに依拠し、中央銀行の目的関数にインフレ・ターゲットの上限、下限、そしてアカウンタビリティのために支払うコストを入れることによって、その目的関数を最大化するための1階条件が、Walsh(1995)によって主張された「最適契約モデル」の1階条件と同じになることを示した。彼らは、中央銀行総裁が政府とインフレ率に比例した出来高契約を結ぶことは現

¹ インフレ・ターゲティングに関する基本文献として、Bernanke et al.(1999)、Bernanke and Woodford(2005)などが挙げられる。日本語の文献では、伊藤・林(2006)がある。

² その他には、Orphanides and Wieland(2000)やAthey et al.(2005)などがある。

実的ではないが、「幅」のあるインフレ・ターゲティングを導入するとともに、もしターゲットから外れた時にその説明義務を負わせるという形でコストを課せば、最適契約とほぼ同様の効果があり、「時間不整合性」の問題を解決することができるかと主張する。

彼らのモデルのポイントは、中央銀行の目的関数にインフレ率がターゲットを外れた時にかかるアカウンタビリティのコスト(そうなった理由を政府に報告する等)が入っていることである(もしそのコストがゼロであれば、中央銀行の目的関数は一般的なものと等しくなる)。彼らは、アカウンタビリティのためのコストの「水準(degree)」を数値化し、それが高い場合と低い場合との比較を行っているが、ターゲットを外れた際に中央銀行に課せられるペナルティがどのようなものであれば、コストはどのように数値化できるのか、といった対応については、具体的に示していない。それが示されない限り、彼らが最適契約モデルを現実的ではないというのと同様、彼らのモデルも現実的ではないのではないのか。

また、インフレ・ターゲティング政策導入は、民間経済主体の期待形成に大きな影響を及ぼすとともに、それを見た中央銀行の行動にも影響を及ぼすと考えられる。しかし、彼らの分析では、インフレ・ターゲティング政策導入がインフレ期待形成に対してどのような影響を及ぼし、さらにそれが中央銀行の行動にどのような影響を及ぼすか、という相互作用については、分析されていない。

このように、「幅」のあるインフレ・ターゲティングのモデルは、数が少ないこともあり、発展途上の分野であるといえる。

そこで本論文では、新たな形の「幅」のあるインフレ・ターゲティングのモデルを提案する。具体的には、Barro and Gordon(1983)モデルを拡張し、「幅」のあるターゲットを設定することで動学的不整合性の問題を解決できることを示すとともに、民間経済主体のインフレ期待形成を考慮した上で、中央銀行の厚生水準をできるだけ高めるためにはどのような「幅」を設定すればよいのかという観点から、インフレ・ターゲティングの理論モデルを構築することとする。これによって、「幅」の上限と下限の決定方法について、一つの示唆を与えることができる。

本モデルの特徴としては、(1) 特殊な中央銀行の目的関数を想定しなくとも、「幅」のあるインフレ・ターゲティング政策を導入する根拠が示せること、(2) ターゲット設定に伴う民間経済主体の期待形成との相互作用を考慮した上で、中央銀行が民間経済主体の期待形成についての情報が完全ではない時の、ターゲットの「幅」の設定基準を提示したこと、(3) 中央銀行が「真の」目的関数に従った行動により合理的期待均衡に収束した後、「擬似的な」目的関数に従った行動をとることでインフレ・バイアスの問題を解消できること、が挙げられる。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では基本となる「点」のインフレ・ターゲットモデル設定を解説し、その問題点を示す。第3章では基本モデルに「幅」のあるイ

インフレ・ターゲティングを導入、上限と下限の設定について述べる。第4章では、どのような場合に中央銀行が「幅」のあるインフレ・ターゲティングを導入するインセンティブがあるかを述べる。第5章で本論文の主要な結論と今後の課題についてまとめている。

2. 基本モデル

以下では、「幅」のあるインフレ・ターゲティングを導入する前に、「点」のインフレ・ターゲットを持つ基本モデルについて説明する。

A. 基本モデルの設定

基本モデルは、Barro and Gordon(1983)の設定をベースとする。

このモデルは、民間経済主体が名目賃金を交渉によって決め、そのあと中央銀行が貨幣供給量を選ぶことを通じてインフレ率を決める、無限期間の逐次手番ゲームとする。

すなわち、 t 期において、まず民間経済主体が期待インフレ率 e_t を形成した後、次に中央銀行がこの期待を観察し、実際のインフレ率 π_t を貨幣供給量の操作を通じて選択する。

中央銀行は、インフレ率を彼らが望ましいと考えている π^0 % にすることを望んでいるが³、その一方で産出量 y (対数値) は効率的水準 y^* にするのが望ましいとも考えているとする。つまり、中央銀行はインフレの費用と、予期せぬインフレ ($\pi_t > e_t$) のもたらす失業の減少や産出量の増加による便益の間のトレード・オフに直面している。これらを表現する中央銀行の損失関数を、以下のように考える。

$$L_t^c = -c(\pi_t - \pi^0)^2 - (y_t - y^*)^2 \quad (1)$$

³ Barro and Gordon モデルでは $\pi^0 = 0$ であるが、Tobin(1972)による、賃金の下方硬直性を考慮するとインフレ率がゼロよりもむしろ緩やかなインフレーションの方が望ましいという主張 (Akerlof et al.の一連の論文(1996a, 1996b, 2000)も参照) や、Summers(1991)による、「ゼロ金利の罠 (Zero Interest Rate Trap: インフレ率が極めて低い場合、通常名目短期金利もほぼゼロになってしまうため、名目金利を下げることによる景気刺激策を取る余地がほとんどないこと)」を避けるためにも、2-3%の正のインフレ率が望ましいという主張に主張に基づき、 $\pi^0 > 0$ を想定する。また、この π^0 は、中央銀行だけでなく、社会的にも望ましいインフレ率であると考えられているとする。

$c > 0$ は中央銀行の 2 つの目標の間のトレード・オフの大きさを表すパラメータである。また、フィリップス曲線を以下のように想定する⁴。

$$y_t = by^* + d(\pi_t - \pi_t^e) \quad (2)$$

$0 < b < 1$ は市場に独占力が存在することを表したパラメータである。このため、予期せぬインフレがなければ（つまり、 $\pi_t = \pi_t^e$ であれば）、実際の産出量はその効率的水準よりも小さくなり、 $y_t = by^*$ よりフィリップス曲線は垂直になる。つまり、 by^* は自然率水準の産出量と言える。また、 $d > 0$ は予期せぬインフレが実質賃金の変化を通じて生産量を増やす効果を表したパラメータである。

(1)式、(2)式より、中央銀行の損失関数は π_t と π_t^e の関数として次のように書ける。

$$L_t(\pi_t, \pi_t^e) = -c(\pi_t - \pi_t^o)^2 - [(b-1)y^* + d(\pi_t - \pi_t^e)]^2 \quad (3)$$

π_t に関する一階の条件より、中央銀行の取るべき最適なインフレ率 π_t^* は、 π_t^e の関数として次のようになる。

$$\pi_t^*(\pi_t^e) = \frac{1}{c+d^2} [c\pi_t^o + d(1-b)y^* + d^2\pi_t^e] \quad (4)$$

次に、民間経済主体（雇用者）の損失関数を考える。Barro and Gordon(1983)では、民間経済主体は賃金を決定するに当たってインフレ率を予想すると想定し、民間経済主体の損失関数を $-(\pi_t - \pi_t^e)^2$ としている。つまり、民間経済主体はできるだけ名目賃金の上昇を物価水準の上昇にスライドさせたいので、正しいインフレ率を予想することを目的としている。

⁴ 通常のフィリップス曲線ではショックを表す変数が入っているが、ここでは最も単純なケースを考える。

$-(\pi_t - \pi_t^e)^2$ が最大化されるのは $\pi_t^*(\pi_t^e) = \pi_t^e$ の時である。このように、民間経済主体の主観的な期待インフレ率 π_t^e と、(モデルで計算された)実際のインフレ率とが等しい時のインフレ率を、「合理的期待均衡におけるインフレ率」(以下、 π^r と表記する)という。

(3)式より、合理的期待均衡 ($\pi_t^*(\pi_t^e) = \pi_t^e$)における中央銀行の損失関数 L_t^c は、
 $L_t^c(\pi_t) = -c(\pi_t - \pi^o)^2 - (1-b)^2 y^{*2}$ と整理できる。この時、 $\pi_t = \pi^o$ であることが中央銀行にとって最も厚生が高く(損失が小さく)なる。

そうであれば、中央銀行が自らの望ましいと考えるインフレ率の水準 π^o の達成を公約とする政策が考えられる。このように、インフレ率の数値目標を明示化して、この目標にインフレ率を誘導するように金融政策を行うことを、「インフレ・ターゲティング政策」という。この場合のターゲットは π^o という「点」である。

B. インフレ・ターゲティング政策への信認

ここで、この政策を評価するために、インフレ・ターゲティング政策への「信認」という概念を導入する。

定義1 インフレ・ターゲティング政策への信認

「インフレ・ターゲティング政策への信認」とは、実際のインフレ率がターゲットの範囲内にあることに基づき、民間経済主体が次期のインフレ率がインフレ・ターゲティングの範囲内にあると予想することである。

これを数式で表現すると以下ようになる。ターゲットの下限を α 、上限を β ($\alpha < \beta$ であれば「点」のターゲット)としたとする。ある t 期において $\alpha < \pi_t < \beta$ であり、
 $t+1$ 期において期待インフレ率が $\alpha < \pi_{t+1}^e < \beta$ と設定されたならば、「 $t+1$ 期においてはインフレ・ターゲティング政策が信認されている」と定義する。

一般的に政策の信認は、宣言した内容が本当に実行されることで得られるものと考えられる。すなわち、宣言どおりの内容が実行されたならば、民間経済主体はその政策を信認し、再びその政策が続くものとするであろう。このような状況を表現したのが定義1である。

この「信認」の定義を元に、「インフレ率を π^o とする」というインフレ・ターゲッ

インフレ政策が「信認」されるかどうかを考えよう。この時、民間経済主体が公約を信じて $\pi_t^e = \pi^o$ という期待が形成されたとしよう。すなわち、政策導入直後は公約が守られるかどうか分からないが、まずは守られることを信じて $\pi_t^e = \pi^o$ と期待インフレ率を設定したとする。しかし、 $\pi_t^e = \pi^o$ という期待インフレ率の下での中央銀行の最適行動は、

$$(4) \text{ 式より } \pi_t^* \left(\pi_t^e \right) \Big|_{\pi_t^e = \pi^o} = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c+d^2} \text{ となり、 } \pi_t = \pi_t^e = \pi^o \text{ となる合理的期待均衡}$$

は実現しない。なぜなら、 $\pi_t^e = \pi^o$ の下での中央銀行にとって、インフレ率を望ましい水準にするよりも、予期せぬインフレによって自然率水準を超える産出量を得た方が厚生が高くなるからである。

中央銀行に公約を反故にするインセンティブがある時、インフレ率を π^o とするという当初の公約は守られない。このように、ある時点で最適と考えられていた政策が後の時点になると最適ではなくなり、事前に約束されていた政策が覆されることを「動学的不整合性」と言う。

1 度公約が守られなければ、 $-(\pi_t - \pi_t^e)^2$ を最大にしたい民間経済主体にとって、

$$\pi_t^* \left(\pi_t^e \right) \Big|_{\pi_t^e = \pi^o} \text{ とされることを分かっているので、次期以降期待インフレ率を } \pi_t^e = \pi^o$$

とはしない⁵。よって、定義 1 に基づけば、このような「点」のインフレ・ターゲティング政策は、「信認」されないということになる。つまり、中央銀行のインフレ・ターゲティング政策が動学的に整合的かどうかと、その政策を民間経済主体が「信認」するかどうかは、表裏一体の関係にある。

最終的にこの経済が均衡するのは、民間経済主体の期待インフレ率と実現するインフレ率が同じになる時、つまり、合理的期待均衡になる時である。合理的期待均衡でのインフレ率 π^r は $\pi_t^* \left(\pi_t^e \right) = \pi_t^e$ の時のインフレ率であるから、(4)式より、

$$\pi_t^r = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c} \tag{5}$$

⁵ なお、Barro and Gordon モデルでは、中央銀行が公約を守られなかった場合、民間経済主体は $\pi_t^e = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ (後述のように、これは合理的期待均衡水準のインフレ率) と設定するという戦略を想定している。ただしこの想定は、民間経済主体が合理的期待均衡水準のインフレ率を正確に理解しているという強い仮定を意味する。

となる。この結果から分かるように、仮に「点」のターゲットを導入するのであれば、ターゲットは π^* でなければ信認され続けることはできない。なお、合理的期待均衡では、(2) 式より産出量は自然率水準に留まることになる。また、合理的期待均衡では、インフレ率は π^* よりも高くなる。つまり、 π^* の公約を守った場合よりも高インフレ率の経済になってしまう。望ましいインフレ率よりも高くなる部分、すなわち (5) 式の右辺第 2 項の $\frac{d(1-b)y^*}{c}$ を、「インフレ・バイアス」という。

3. 基本モデルの拡張～「幅」のあるインフレ・ターゲット インフラ政策～

前章では、中央銀行が望ましいと考えているインフレ率 π^* をターゲットにしたケースを見た。しかし、そのケースではインフレ・ターゲット政策は民間経済主体に「信認」されなかった。また、信認される「点」のターゲットは π^* のみであることが分かった。本章では、上限、下限を設定する「幅」のあるインフレ・ターゲット政策を導入する場合、その政策が信認される条件を検討する。

A. 民間経済主体の期待形成

信認の定義から、「幅」のケースを含んだ「インフレ・ターゲット政策への信認」とは、(4) 式で示されている当期の中央銀行の最適反応

$$\pi_i^*(\pi_i^e) = \frac{1}{c+d^2} [c\pi^* + d(1-b)y^* + d^2\pi_i^e]$$

が、ターゲットの範囲である $[\pi^L, \pi^H]$ 間にあった時にはじめて、民間経済主体は次期の期待インフレ率を $[\pi^L, \pi^H]$ 内で形成することで表される。

この時、仮に $\pi_i^*(\pi_i^e) \neq \pi_i^e$ であったとしても、インフレ率が $[\pi^L, \pi^H]$ の範囲内で

あれば、公約を反故にしたわけではないので、定義 1 よりこのインフレ・ターゲット政策は信認される。つまり、「点」のターゲットでは「動学的に不整合」と見なされる中央銀行の最適反応が、「幅」のターゲットであればそうとは見なされず、次期以降も信認されるということになる。このような、「幅」のあるインフレ・ターゲットは、Bernanke et al.(1999)が言うところの「制限付きの裁量政策 (constrained discretion)」をあらわしたものと言える。

ただし、中央銀行にとってみれば、 $[\alpha, \beta]$ のインフレ・ターゲティング政策が信認を得続けるためには、 $\pi_t^e \in [\alpha, \beta]$ のもとで必ず $\pi_t^*(\pi_t^e)$ が $[\alpha, \beta]$ 間の値を取らなければならない。逆に言えば、中央銀行は $\pi_t^e \in [\alpha, \beta]$ のもとで $\pi_t^*(\pi_t^e)$ が $[\alpha, \beta]$ 間の値をとるように α, β を設定しなければ、信認が得られないということである。

一方、民間経済主体の期待形成については、次のような仮定をおく。

仮定1 インフレ・ターゲティング政策が導入された時の民間経済主体の期待形成

中央銀行が宣言通りターゲット内にインフレ率を設定すれば、民間経済主体は次期の期待インフレ率をターゲット内に設定する。また、中央銀行が宣言を破ってターゲットの下限よりも低いインフレ率を設定した場合、民間経済主体は次期の期待インフレ率をターゲットの下限よりも低く設定し、中央銀行がターゲットの上限よりも低いインフレ率を設定した場合、民間経済主体は次期の期待インフレ率をターゲットの上限よりも高く設定する。

すなわち、ターゲット導入後のある t 期における民間経済主体の期待インフレ率は、

$$\begin{aligned} \pi_t^e \in [\alpha, \beta] & \quad \text{if} \quad \pi_{t-1} \in [\alpha, \beta] \\ < \alpha & \quad \text{if} \quad \pi_{t-1} < \alpha \\ > \beta & \quad \text{if} \quad \pi_{t-1} > \beta \end{aligned} \tag{6}$$

を満たすとする。

この仮定は、中央銀行が自ら宣言したターゲット範囲を守るのであれば民間経済主体はインフレ・ターゲティング政策を「信認」し、逸脱したならばもはや次期の期待インフレ率はターゲット内では設定しない、すなわちインフレ・ターゲティング政策を「信認」しないということを意味する。

なお、Barro and Gordon(1983)における民間経済主体の期待形成方法（インフレ率がターゲット π^o と設定されるなら期待インフレ率も π^o とし、逸脱したならば期待インフレ率を $\pi_t^e = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ と設定する）は、仮定1の期待形成方法の特殊ケースと考えることができる。

上記の仮定を満たす最も簡単な期待形成方法は、 $\pi_t^e = \pi_{t-1}$ とすることである⁶。ただ

⁶ このような期待形成方法を「静学的期待(Static Expectation)」という。

し、民間経済主体は期待インフレ率が実際のインフレ率と一致する時に最も利得が高くなるため、 e_t を前期のインフレ率に設定するという期待形成方法は、利得最大化行動に則ったものではない。

そこで一般的には、次のような期待形成方法が考えられる。

$$e_t = e_{t-1} + \lambda_t (\pi_{t-1} - e_{t-1}) \quad (7)$$

(7)式の期待形成方法は、期待インフレ率は前期の期待インフレ率を基点にして、インフレ率の予測誤差 ($\pi_{t-1} - e_{t-1}$) に応じて改訂するということである。ここで、パラメータ λ_t が一定であれば「適応的期待(adaptive expectation)」であるが、一般的にはパラメータ λ_t 自体もインフレ率の予測誤差 ($\pi_{t-1} - e_{t-1}$) に応じて改訂され、仮定 1 を満たすような期待インフレ率が形成される⁷。

しかし、中央銀行にとっては、仮定 1 のような大まかな期待形成方法は予想できるとしても、 λ_t の改訂方法や、もっと言えば(7)式のような期待形成方法を行っているか等までを把握して、具体的な期待インフレ率の値を完全に予想することは困難であると考えられる。一般的に中央銀行は、民間経済主体の期待形成方法を完全に把握することはできない⁸。

さて、仮定 1 は、インフレ・ターゲティング政策が導入された後の期待形成を想定したものであった。次に、インフレ・ターゲティング政策導入時における期待形成について、以下のような仮定をおく。

仮定 2 インフレ・ターゲティング政策導入時の期待形成

インフレ・ターゲティング政策が導入される期を 0 期とすると、民間経済主体はそ

⁷ このような期待形成方法は、「適応的学習(adaptive learning)」に近い。適応的学習とは、あらかじめ設定したルールに従う学習方法であり、「人々が認識している経済変動の仕方(Perceived Low of Motion : PLM)」と「実際の経済変動の仕方(Actual Low of Motion : ALM)」が乖離している時、適応的学習を通じて人々の知識が実際の経済変動に近づいていき、やがてそれが一致して合理的期待均衡が達成される、といった分析に用いることができる。本モデルに当てはめれば、PLM が民間経済主体による期待インフレ率形成であり、ALM が中央銀行によるインフレ率決定である。適応的学習についての詳細は、Evans and Honkapohja(2001)、武藤(2004)を参照。

⁸ 中央銀行がインフレ期待を把握することの困難さについては、例えば Bernanke(2007)参照。

の期待インフレ率をターゲット内で形成する。すなわち、 $e_t \in [\alpha, \beta]$ である。

この仮定は、ターゲットが導入された後、民間経済主体はひとまずその政策を信用し、ターゲット内で期待インフレ率を形成する、という仮定である⁹。

B. 「信認」を得るためのターゲットの設定

上記の前提を下に、「信認」を得るためのターゲットの範囲について考える。まず、上限 β に関しては、これまでの設定から次の命題が導かれる。

命題

インフレ・ターゲティング政策が信認されるには、上限 β は $\beta \geq \alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ を満たさなければならない。

証明

(4)式より、 $e_t^*(e_t)$ は e_t の単調増加であり、(5)式の導出から分かるように、

$$\begin{aligned} e_t^*(e_t) &> e_t && \text{if } e_t < \alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c} \\ &= e_t && \text{if } e_t = \alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c} \\ &< e_t && \text{if } e_t > \alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c} \end{aligned}$$

である。

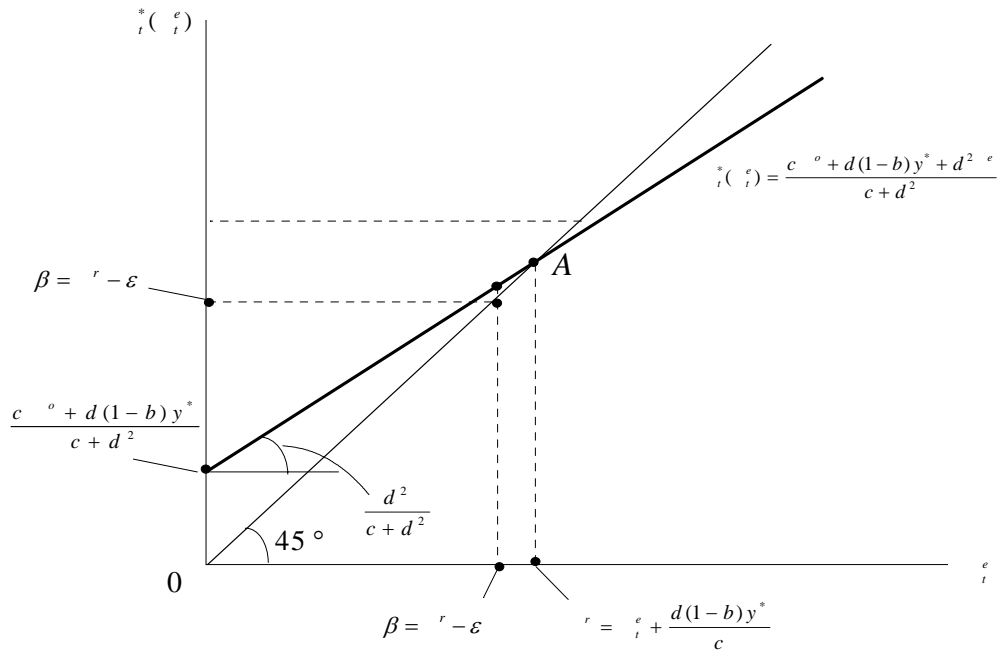
これより、縦軸を $e_t^*(e_t)$ 、横軸を e_t として(4)式を図示すると、図 1 のようになる。

この図より、 $\alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも小さい β を設定した場合、ある t 期において

⁹ これは Barro and Gordon(1983)でも仮定されている。なお、上記の仮定 1,2 を Barro and Gordon モデルでの議論に対応させても、「各期のインフレ率を α にすると宣言するインフレ・ターゲティング政策は信認されない」という結論は同じになる。ただし Barro and Gordon モデルでは、もしその公約を破った場合、次期の期待インフレ率を合理的期待水準に設定する(前述の通り、これは仮定 1 よりも強い仮定) という戦略をとっている。

$\pi_t^*(\pi_t) > \beta$ となる π_t^e が $[\beta, \dots]$ 間で存在することが分かる。

図 1



例えば、上限を $\beta = r - \varepsilon$ ($r = \pi_t^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$), $\varepsilon > 0$ と設定した場合を考える。

ある t 期においてこの政策が「信認」されているならば、 $\alpha_t^e \beta = r - \varepsilon$ が満た

されることになるが、その時の中央銀行の最適反応 $\pi_t^*(\pi_t^e)$ は必ず π_t^e よりも大きくなる。

よって、期待インフレ率 π_t^e が $\beta = r - \varepsilon$ の時には $\pi_t^*(\pi_t^e) > \beta$ となり、ターゲットの上

限よりも高いインフレ率を選択することになる (図 1 の点 A)。この時、民間経済主体

は仮定 1 の(6)に従って期待形成するため、 $\pi_{t+1}^e > \pi_t^*(\pi_t^e) > \beta$ となる。このように、上

限 $\pi_t^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも小さいものが採用された場合、インフレ・ターゲッティング政策は信認されない。

逆に、 $\beta = \pi_t^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ と設定した場合は常に $\pi_t^*(\pi_t^e) < \beta$ を満たし、 $\pi_t^*(\pi_t^e)$ は上

限よりも高くなることはない。よって、インフレ・ターゲッティング政策が信認される

には、 $\beta = \pi_t^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ を満たす β を設定しなければならない。

同様に、「信認」を得るために必要な下限の範囲が $\alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ であることを示すこともできるが省略する。このようにして、「信認」を得るための上限、下限の範囲を求めることができる¹⁰。

C. 「望ましい」ターゲット幅

上記において「信認」を得るため、すなわち、動学的整合性が保たれるためのターゲットの上限、下限の範囲を示したが、中央銀行の最終的な関心は「ターゲット導入により、いかにして自身の厚生を大きくできるか」であるから、その観点から「望ましいターゲットの幅」について検討する。

中央銀行は、各期における所与の期待インフレ率をもとに、(3)式にしたがって最適なインフレ率を設定している。仮に、何らかの方法によって中央銀行が各期の期待インフレ率を「完全に」コントロールすることが可能であれば、中央銀行は各期得られる厚生（厚生）が最大になるように期待インフレ率を誘導し、（中央銀行にとって）最大の厚生を得ることができる。

すなわち、インフレ・ターゲット導入後から、「設定直後の期の民間経済主体の期待インフレ形成」「それに対する中央銀行の最適反応」「それを見た上での民間経済主体の期待インフレ形成」「それに対する中央銀行の最適反応」・・・ということが繰り返されるが、仮に中央銀行がインフレ・ターゲット導入後の「民間経済主体の期待インフレ形成」を「完全に」把握できるとすれば、ターゲットを設定した際の厚生の合計が事前に分かるので、それが最も大きくなるターゲットの「幅」を設定すればよい。この場合の中央銀行の目的関数は(1)式を無限大まで考慮した次式になる。

$$E[L_t^e] = -\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t \left[c(\pi_t - \pi^o)^2 - (y_t - y^*)^2 \right] \quad (1)'$$

(1)'式は、各期の厚生の割引現在価値の総和を表している。なお、 γ は割引ファクターである。

しかし、既に述べたように、中央銀行が「民間経済主体の期待インフレ形成」を「完全に」把握しているという仮定は現実的ではない。本論文における中央銀行は、仮定1の(6)式のような期待形成方法については認識しているとする。しかし、ある期にイン

¹⁰ 「信認」を得ることができる「点」のターゲットは、「信認」を得るために必要な、
の条件より、 $\alpha + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ であることが分かる。

フレ率を設定する際に、次期の期待インフレ率がどの値になるかという正確な値（すなわち、(7)式のような特定化された期待形成方法や、そのパラメータの値）までは分かっていないという想定をする¹¹。

「幅」が設定された時の期待形成が正確に予測できないのであれば、(1)'式を最大化するという観点から「幅」の範囲を決めることはできない。よって、(1)'式を最大化するという観点ではなく、別の基準によってターゲットを設定する必要がある。

ここで、中央銀行が各期の期待インフレ率を「完全に」コントロールすることは不可能であるとはいえ、「信認」を得続けることができるようにターゲット範囲を設定すれば、期待インフレ率はその範囲内、すなわち $[\alpha, \beta]$ に留まることに注目する。つまり、中央銀行は「信認」が得られる幅を設定すれば、 e_t が $[\alpha, \beta]$ 内に形成される、ということまでは予測できる、ということである。

では、どのようにしてその範囲を決めるのか。通常であれば、各期の厚生割引現在価値の総和である(1)'式を最大化するように決めればよいが、前述の通り、ターゲット設定後の民間経済主体の期待形成が事前に把握できないため、その方法は使えない。よって、(1)'式の最大化とは別の基準によって幅を決めなければならない。

ここでは、その基準の1つを提案するための準備として、以下では中央銀行が1期間に被る「損失」について考察する。

ある t 期を考える。1期間で中央銀行が最も大きい厚生を得るのは、(1)式より $e_t = 0$ でかつ $y_t = y^*$ の時であるが、(4)式より $e_t = 0 - \frac{(1-b)y^*}{d}$ の時の中央銀行の最適

反応は $e_t(e_t) = 0$ で、かつ(2)式より産出量は y^* となる。よって、中央銀行が最も大きい厚生を得るのは、期待インフレ率が $0 - \frac{(1-b)y^*}{d}$ の時であることが分かる。

次に、インフレ率が 0 から $0 - \frac{(1-b)y^*}{d}$ だけ乖離することによる厚生減は、その絶対値が同じであれば、プラスに乖離しようとマイナスに乖離しようと同じであることを示す。

中央銀行の最適反応を $e_t(e_t) = 0 + \varepsilon$ で表すとしよう。この時の期待インフレ率を

(4)式から逆算すると、 $e_t = \frac{c\varepsilon + d^2(0 + \varepsilon) - d(1-b)y^*}{d^2}$ となり、産出量は(2)式より

$y_t = y^* - \frac{c\varepsilon}{d}$ となる。さらにこれらの結果を(1)式に代入すると、中央銀行の損失関数の

¹¹ 中央銀行が「民間経済主体の期待インフレ形成」を「完全に」把握しているという仮定を置いた時のシミュレーションについては補論参照。

値は $L_t^c = -c\varepsilon^2(1 + \frac{c}{d^2})$ となる。これより、 ε がプラスの値であろうとマイナスの値であろうと、絶対値が同じであれば厚生は同じであることが分かる。また、 ε の絶対値が大きいほど、つまり $r_t^e(\pi_t^e)$ が r^o から離れるほど、厚生が減少することが分かる。

上記より、 $r_t^e(\pi_t^e) = r^o$ となる時の期待インフレ率は $r^o - \frac{(1-b)y^*}{d}$ で中央銀行の損失

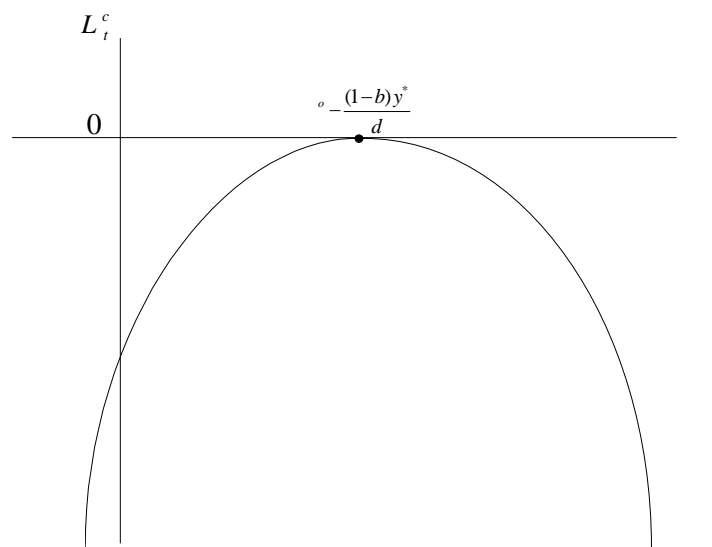
関数の値は $L_t^c = 0$ 、 $r_t^e(\pi_t^e) = r^o + \varepsilon$ となる時の期待インフレ率は

$$r_t^e = \frac{c\varepsilon + d^2(r^o + \varepsilon) - d(1-b)y^*}{d^2}$$

で中央銀行の損失関数の値は $L_t^c = -c\varepsilon^2(1 + \frac{c}{d^2})$ なの

で、 L_t^c と r_t^e の関係をグラフで表すと図 2 のようになる。

図 2



中央銀行の損失関数の値は $L_t^c = -c\varepsilon^2(1 + \frac{c}{d^2})$ なので、期待インフレ率が

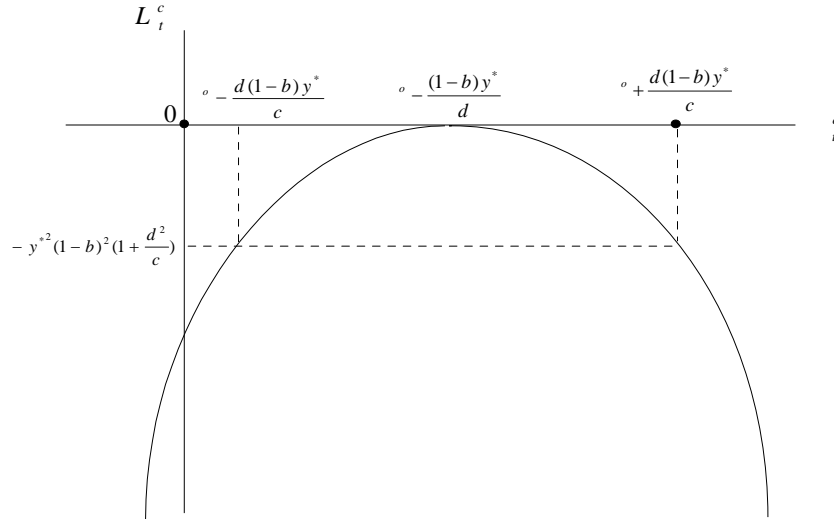
$r = r^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の時に得られる厚生は、期待インフレ率が $r^o - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の時でも

得られる。よって、 r^o の時に得られる厚生である $-y^{*2}(1-b)^2(1 + \frac{d^2}{c})$ 以上の厚生を得

ることができる期待インフレ率の範囲は、 $[r^o - \frac{d(1-b)y^*}{c}, r^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}]$ とい

とになる。図示すると図3の通りである。

図3



上記の準備を踏まえて、次のようなターゲット設定に当たっての中央銀行にとっての「望ましさ」の基準を提案したい。

定義2 ターゲット設定に当たっての中央銀行にとっての「望ましさ」の基準

中央銀行は、各期の厚生が合理的期待均衡水準のインフレ率 $r = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の時に得られる厚生よりも大きくなるようにターゲットを設定する。

本モデルでは、長期的には合理的期待水準のインフレ率である $r = \pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に収束する¹²。よって、インフレ・ターゲティング政策によってターゲットに誘導するのであれば、収束するまでの各期の厚生は合理的期待水準の時の厚生よりも大きくし続けることが少なくとも必要であろう、というのが定義2の基準（以下、「基準」とする）の意図である。

¹² この均衡は一意であり、大域的安定性を満たしていることは図1より確認できる。

$\pi_t^e = \frac{1}{c+d^2} [c\pi^o + d(1-b)y^* + d^2\pi_t^e]$ の傾きが45度よりも小さければ、期待インフレ率が合理的期待均衡値 r よりも上方ないし下方に少し乖離しても、

$\pi_t^e = \frac{1}{c+d^2} [c\pi^o + d(1-b)y^* + d^2\pi_t^e]$ を通じていずれは r に収束する。このように、合理的期待均衡からわずかに期待が乖離した時に、それが元の合理的期待均衡に戻ることを「E-Stability (Expectational Stability)」という。E-Stability を満たすため条件の数学的な解説については武藤(2004)参照。

また、次のように考えることもできる。先ほど、インフレ・ターゲティング政策下において「中央銀行が「民間経済主体の期待インフレ形成」を「完全に」把握している」という仮定は現実的ではない」と書いたが、厳密に言えばこれは不正確な表現である。というのは、本論文の設定において、 $\alpha = \beta = \pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ という「点」のターゲットを設定すれば、導入以降のすべての期の民間経済主体の期待インフレ率は $\pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ であり、それに対する中央銀行の最適反応も $\pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ となるからである。つまり、合理的期待均衡におけるインフレ率である $\pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ という「点」のターゲットを設定すれば、 $r_t = r^* = r$ の合理的期待均衡であり、この状態が続くということは、中央銀行が「民間経済主体の期待インフレ形成」を「完全に」把握しているとも言える。この時の中央銀行は、図3より、各期 $-y^* (1-b)^2 (1 + \frac{d^2}{c})$ という厚生を確実に得ることができる。

上記の「基準」は、中央銀行が確実に得ることができる厚生よりも大きい厚生を各期で得られるようターゲットを設定すべし、という考え方である。これは、中央銀行が合理的期待均衡時の厚生水準 $-y^* (1-b)^2 (1 + \frac{d^2}{c})$ を「マックスミニ値」と考えて基準を設定する、とも解釈できる。

上記の「基準」と命題1を合わせると、図3より、 $\pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ より大きい期待インフレ率では合理的期待均衡時よりも小さい厚生しか得られないので、そのような可能性をなくすために上限は $\pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ で決まる。また、下限は、定義2の「基準」のみであれば $[\pi^* - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi^* + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ の範囲のどこに設定しても満たされることになるため、下限を設定するためには、追加的な「基準」が必要になる。その案としては例えば次のようなものが挙げられる。

(i) $\pi^* - \frac{(1-b)y^*}{d}$ 以下

(ii) $\pi^* - \frac{d(1-b)y^*}{c}$

少なくとも、1 期間で得られる最大の厚生を得る可能性を残すために、(i) は満たされるべきであると考えられる。その中で (ii) は、各期の厚生が合理的期待均衡時に得られる厚生よりも大きくなるような期ができるだけ長くなるという観点や、 π^e を中心値とするという考え方¹³ から、1 つの有力な基準である。もちろん、 $(\pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi^e + \frac{(1-b)y^*}{d}]$ の範囲で設定されることも、状況によっては (特に $\pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ が低すぎる場合) 考えられる。しかし、以下では $\alpha = \pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ と設定した場合を想定して、議論を進める。

中央銀行が $\alpha = \pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}$, $\beta = \pi^e + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ と設定すれば、 $\alpha < \beta$ で

ある限りは $\pi^e(\pi^e) > \pi^e$ なので、(2)式よりインフレ・ターゲティング政策を維持しながら自然率水準以上の産出量を得ることが可能である。また、 $\pi^e = \beta$ の場合は $\pi^e(\pi^e) = \beta$ となる合理的期待均衡であり、産出量は自然率水準 by^* となる。

また、期待インフレ率が [,] の範囲にある時の中央銀行の目的関数(1)式の値は、それ以外のケースの時よりも大きくなるため、インフレ・ターゲティング政策を導入しなかった場合と比して(1)式が大きくなる可能性が高い¹⁴。

さらに、「点」のインフレ・ターゲティング政策との比較だが、 π^e をターゲットとしない限り、中央銀行はその公約を破ることになる。その結果、 π^e まで収束する期間が短くなり、得られる厚生の総和も小さくなると考えられる¹⁵。しかし、幅のあるターゲットを設定した場合は、より長い期間合理的期待均衡水準以上の厚生を得ることができる。

繰り返すが、上記の「基準」から得られるターゲットの上限と下限は、必ずしも(1)式の目的関数を最大化するという観点によるものではない¹⁶。しかし、民間経済主体の期待形成が(6)式のような形で行われることは中央銀行は知っているが、その具体的な

¹³ Mishikin and Westelius(2006)では、 π^e が中心値になるようにターゲットを設定している。

¹⁴ インフレ・ターゲティング政策を導入しなくとも、期待インフレ率が上記の [,] の範囲に収まり、期待形成の動向によっては政策導入時よりも中央銀行の厚生が大きくなる可能性があるかもしれない。しかし、後述するように、既に期待インフレ率が [,] の範囲にあるような経済ではそのようなことがあり得ても、[,] の範囲外にあるような経済においては難しいであろう。

¹⁵ 公約を破った次の期の期待インフレ率は合理的均衡水準を超えるインフレ率に設定される可能性もあるため、(1)式の目的関数を最大化するという観点からみても、望ましくない可能性は高い。

¹⁶ ただし、中央銀行は各期のインフレ率を(3)式に従って選択しているので、期ごとに最適化は行っている。

期待形成方法やパラメータまでは認識することができない本モデルでは、一意に最適なターゲットの上限、下限を決めることはできない(期待インフレ形成を完全に把握している場合であれば、(1)'式を最大にする下限値、上限値を計算することができる。補論参照)。その点、上記の「基準」は、「どの期であっても t の時に得られる以上の厚生が得られる」ということを示しており、現実的な基準であると考えられる。

D. 数値例

ここでは日本の数値例をもとに、定義 2 の基準から導かれるターゲットの下限 $\alpha = \pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ 、上限 $\beta = \pi^e + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の値を、実際に計算してみることにする。

まずは(1),(2)式のパラメータの想定からはじめよう。2005 年の産出量 (= GDP、実質値) が約 540 兆円であるから、対数値である y は 14.732 である。また、GDP ギャップについては現在の日本においては様々な議論があるが、ここではゼロと仮定する。つまり、自然率水準の産出量 by^* は約 540 兆円とする。効率的水準の産出量 y^* は、それより約 5% 増であると仮定すると、567 兆円となる。この対数値は 14.753 であるから、 b は 0.998 となる。さらに、中央銀行が望ましいと考えるインフレ率 π^e を、0.02 (2%) とする。

次に、中央銀行の 2 つの目標の間のトレード・オフの大きさを表すパラメータである c を、 $c = 3$ とする。これは、インフレ率と需給ギャップのウェイトを 3 : 1 とした Cecchetti and Ehrmann(1999)の結果を援用したものである。また、予期せぬインフレが実質賃金の変化を通じて生産量を増やす効果を表したパラメータである d を、 $d = 2.5$ とする。これは、インフレ率 0.4% 上昇と GDP ギャップ 1% 拡大が対応関係にあるという Ball(1999)の結果より算出したものである。

上記の設定から $\pi^e - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ 、 $\pi^e + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ を計算するとそれぞれ、0.003、0.037、になる。すなわち、下限は 0.3%、上限は 3.7%ということになる。なお、 $\pi^e - \frac{(1-b)y^*}{d}$ は 0.011 となる。すなわち、中央銀行の厚生が最大になるのは民間経済主体の期待インフレ率が 1.1%を取った時である。

ただし、このようなターゲットを設定した際、中央銀行が実際に採るインフレ率の下限は、(4)式に上記パラメータの値と $\pi^e = 0.3$ を代入すると、 $\pi_i^*(\pi_i^e) = 1.4\%$ となる。つまり、このようなターゲットを設定したとしても、 $\pi^e \in [0.3\%, 3.7\%]$ の期待インフレ率のもとでは、実際に採られるインフレ率は $\pi_i^*(\pi_i^e) \in [1.4\%, 3.7\%]$ ということになる。

4. どのような時に「幅」のあるインフレ・ターゲティング政策が導入されるのか？

上記の議論において、ターゲット設定に当たっての中央銀行にとっての望ましさの「基準」の下でのターゲットの「幅」が示された。しかし、ここでもう一度、なぜ中央銀行にとって、信認される「幅」のあるインフレ・ターゲットが必要になるのか、を考えてみよう。

本モデルでは、インフレ・ターゲティング政策を取らなくとも、インフレ率は長期的には合理的期待均衡値 r に収束する。それは、命題 1 の証明で用いた図 1 より明らかである。すなわち、 π_t^e が r よりも大きい場合、中央銀行の最適反応は $\pi_t^* (\pi_t^e) < \pi_t^e$ となる。これを受けて民間経済主体はさらに期待インフレ率を下方修正し、さらに実際のインフレ率も下がっていき、いずれは $r = \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に収束する。 π_t^e が r よりも

小さい場合も、同様にいずれは $r = \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に収束する。

ここで、ターゲット設定の際の議論から分かるように、初期状態のインフレ率が $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ から $\pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の間にあるのであれば、合理的期待均衡に収束する経路では合理的期待均衡時に得られる厚生よりも常に大きい厚生を得ることができる。つまり、中央銀行にとっては、インフレ・ターゲティング政策をとるまでもなく、すでに定義 2 の「基準」を満たす経路に経済が乗っているというわけである。

例えば、合理的期待均衡時の厚生よりも大きい期をできるだけ長くする目的から、初期状態のインフレ率が $(\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ の範囲にあったとしても、インフレ・ターゲティング政策を導入することはありえる。しかし、「合理的期待均衡水準時に得られる厚生よりも大きくする」という基準はクリアしている現状で、その期間をできるだけ延ばそうとしてインフレ・ターゲティング政策を設定しても、民間経済主体の期待形成方法が分からない状況下では、かえって期間が短縮してしまう危険性もある（例えば、導入直後に $\pi_t^e = \beta$ と設定される可能性も否定できない）。つまり、このような経済では、インフレ・ターゲティング政策を導入する必要性はそれほど大きくないと考えられる¹⁷。

¹⁷ ただし、フィリップス曲線(2)式にショックが入っているような、より現実的な想定を考

しかし、初期状態のインフレ率が $\pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも高い、あるいは $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも低い経済は、現在合理的期待均衡時に得られる厚生よりも小さい厚生で甘んじている。 $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりもインフレ率が低い経済であれば、いずれは $(\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ の範囲での厚生を得ることができるが、その範囲にインフレ率が来るまでは、低い厚生水準に甘んじることとなる。このような経済状態において、中央銀行は合理的期待均衡までの経路の厚生を引き上げようと思うならば、インフレ・ターゲティング政策を導入するインセンティブがあることになる¹⁸。

つまり、初期状態のインフレ率が $\pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも高い、あるいは $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも低い経済であれば、(ターゲット設定直後の期はターゲット内の期待インフレ率が形成されるという仮定 1 より) 中央銀行は幅のあるインフレ・ターゲットを設定して $(\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ に誘導し、各期で合理的期待均衡時以上の高い厚生を得ることができるため、インフレ・ターゲティング政策を取るインセンティブがある。すなわち、上記基準に基づけば、現時点のインフレ率が $\pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも高い、あるいは $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ よりも低い経済であれば(そして、 $(\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ 区間から離れていなければいほど) インフレ・ターゲットを設定することが望ましい。

えた場合、期待インフレ率を常に $[\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}]$ の範囲に留めておけるよう、「幅」のあるインフレ・ターゲットを導入することは考えられる。

¹⁸ ただし、初期状態のインフレ率が $(\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}, \pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ の間にある経済となない経済を比較した場合、(6),(7)式のパラメータや割引率の大きさによっては、後者の方が(1)'式が大きくなる可能性は(インフレ率が $\pi_0 - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ や $\pi_0 + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の近傍にある時のみにおいて)残っている。しかし、それは稀なケースであると考えられる。

5. 合理的期待均衡におけるインフレ・バイアスの問題

上記のように、幅のあるインフレ・ターゲットを導入した場合、本モデルでは長期的には幅の上限であり、かつ合理的期待水準のインフレ率である $r = \rho + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に収束することになるが、その時のインフレ率にはバイアス $\frac{d(1-b)y^*}{c}$ が残ることになる。

中央銀行にとって最も望ましい合理的期待均衡（すなわち、 $\pi_t^e = \pi_t$ ）におけるインフレ率は ρ であるが、期待インフレ率が ρ の下での中央銀行の最適反応は ρ でないため、それは実現しないことは第2章で見たとおりである。

このインフレ・バイアス問題を本論文の枠組みで解決しようとする、中央銀行の目的関数(1)式における ρ を $\rho - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に変えればよい。これはすなわち、中央銀行が保守的(conservative)になるということの意味する(Rogoff(1985))。しかし、Mishkin and Westelius(2006)が指摘するように、中央銀行の選好を変えることは実際には困難ではないかと考えられる。そこで、インフレ・バイアスの問題を正しく認識している中央銀行が、「真の」目的関数は(1)式であるにも関わらず、あたかも ρ を $\rho - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に置き換えた「擬似的な」目的関数に従っているかのように振舞う、という対策も考えられる。これにより、合理的期待均衡水準のインフレ率は ρ になる。

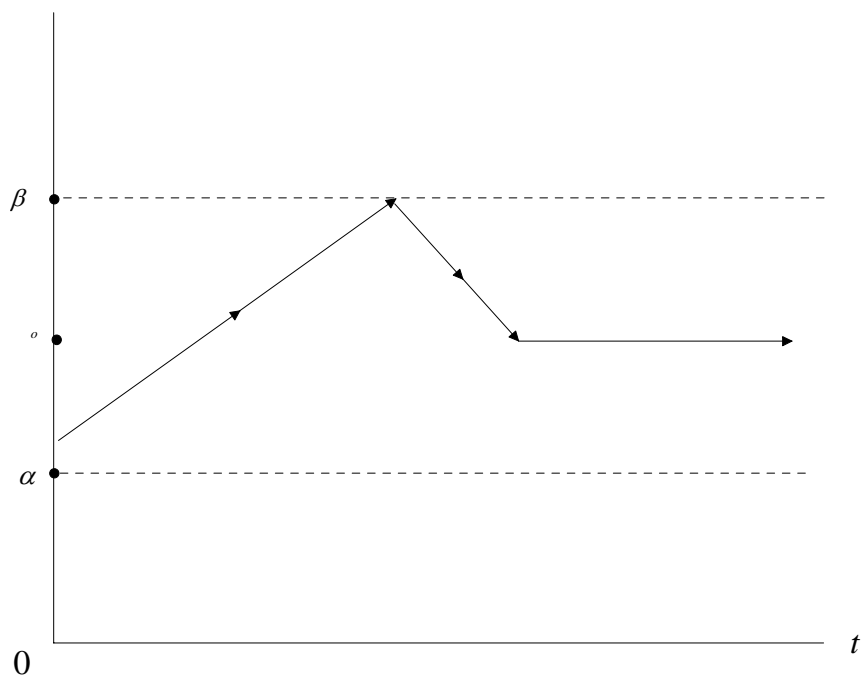
ここで注意すべきは、「擬似的な」目的関数に従った中央銀行の（擬似的な）最適行動の結果は、「真の」目的関数である(1)式に従うと最適ではない、という点である。ただし、「擬似的な」目的関数に従った場合において、「真の」目的関数(1)式において最も厚生が大きくなる合理的期待均衡時のインフレ率である ρ が実現する。

よって、中央銀行は次のような行動を取ることが望ましい。まず、インフレ・ターゲット政策導入後は、「真の」目的関数から導かれる最適反応である(4)式の通り各期のインフレ率を設定する。これより、やがて「真の」合理的期待均衡のインフレ率 $(\rho + \frac{d(1-b)y^*}{c})$ が実現される。しかし、合理的期待均衡時のインフレ率は、 ρ である時に「真の」目的関数(1)式において厚生が最も大きくなるので、中央銀行は「真の」合理的期待均衡達成直後から「擬似的な」目的関数に従って各期のインフレ率を設定し、インフレ率が ρ となる「擬似的な」合理的期待均衡を目指すこととする。

このような中央銀行の行動により、上記のインフレ・ターゲット政策を導入した後の経済は、具体的には次のような経路を辿ることになる。まず、この政策が信認さ

れている限り、導入直後のインフレ率はターゲット幅の中になるが、「真の」目的関数に従った中央銀行の最適行動によって、その後インフレ率が徐々に上昇していき、やがて幅の上限かつ合理的期待水準のインフレ率である $r = \theta + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に達する。その後、中央銀行は「擬似的な」目的関数（すなわち、(1) 式の θ を $\theta - \frac{d(1-b)y^*}{c}$ に置き換えた目的関数）に従った行動を取ることとする。この目的関数の下では、図 1 の $r = \theta + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ が $r = \theta$ に置き換わることになるので、期待インフレ率が θ より大きい時の最適行動は $\pi_t^e < \pi_t$ であり、インフレ率は $r = \theta + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ から下落していく。そして、最終的に、「擬似的な」目的関数の下での合理的期待均衡水準のインフレ率である θ に収束する（上記の、インフレ・ターゲティング政策導入後のインフレ率の推移イメージは図 4 参照）。

図 4



前述の通り、インフレ率が $\theta + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ から θ に移行する期間中は、「真の」目的関数に従った際の最適行動を取っていないため、中央銀行の厚生を損なっていることになる。しかし、合理的期待均衡における厚生は、インフレ率が $\theta + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ の時より θ の時の方が大きくなるため、長期でみた場合、インフレ率が θ の水準である合理的期

待均衡の方が、中央銀行の厚生割引現在価値の総和が大きくなる可能性がある¹⁹。その際には、上記のような行動を中央銀行が取ることにより、インフレ・バイアスの問題は解消されることになる。

6. Conclusion

本論文では、Barro and Gordon(1983)に立脚したモデルを用い、「インフレ・ターゲティング政策への信認」とは何かを定義した上で、インフレ・ターゲティング政策が「信認」が得られるための条件を示す。次に、この条件を満たすように「幅」のあるターゲットを設定すれば、「動学的不整合性」の問題を解決できることを示す。さらに、中央銀行が民間経済主体のインフレ期待形成に関する情報をほとんど持っていない時、中央銀行の厚生を最大にするための「幅」の上限と下限の決定基準について提案している。

本モデルの特徴としては、(1) 特殊な中央銀行の目的関数を想定しなくとも、「幅」のあるインフレ・ターゲティング政策を導入する根拠が示せること、(2) ターゲット設定に伴う民間経済主体の期待形成との相互作用を考慮した上で、中央銀行が民間経済主体の期待形成についての情報が完全ではない時の、ターゲットの「幅」の設定基準を提示したこと、(3) 中央銀行が「真の」目的関数に従った行動により合理的期待均衡に収束した後、「擬似的な」目的関数に従った行動をとることでインフレ・バイアスの問題を解消できること、が挙げられる。

今後の課題としては、モデルのさらなる精緻化が挙げられる。例えば、本モデルでは中央銀行による金融政策運営に関する式を導入していないが、その明示化も検討課題である。たとえばインフレ率は、 $\pi_t = m_t + v_t - \gamma_t \mu_t$ (m_t : マネーサプライ増加率、 v_t :

中央銀行によるインフレ率のコントロール・エラー、 γ_t : 供給ショックがインフレ率

に与える影響の比率、 μ_t : 供給ショック) といった式で決定すると仮定されることが

多いが、本モデルでは中央銀行によるインフレ率のコントロール・エラーと供給ショッ

¹⁹ 厳密には、合理的期待均衡のインフレ率が $\pi^o + \frac{d(1-b)y^*}{c}$ のままの場合と、 π^o に移行す

る場合の中央銀行の厚生割引現在価値の総和を比較し、後者の方が大きくなると見込まれるのであれば、中央銀行は「擬似的な」目的関数に従った行動をとることが望ましいことになる。

クがなく、マネーサプライの増加率とインフレ率が等しくなると（暗黙に）仮定している。すなわち、中央銀行はインフレ率を完全にコントロールできる、ある種理想的な世界である。しかし、インフレ率を完全にコントロールできるという想定は現実的ではなく、中央銀行による意図的なものでなくとも、インフレ率がターゲット範囲から逸脱することもありえる。そのような状況を考慮するとモデルはかなり複雑になるため、「幅」を本論文の結果よりも広め取る、という対応が実際的には考えられるが、モデルをより現実に近づけるためには、供給ショックとインフレ率のコントロール・エラーを考慮が必要であろう。

補論 中央銀行が民間経済主体の期待インフレ形成を完全に把握している時の最適な下限値の計算

第3章での数値例を援用する。すなわち、 $y = 14.732$ 、 $y^* = 14.753$ 、 $b = 0.998$ 、 $\rho = 0.02$ 、 $c = 3$ 、 $d = 2.5$ であり、これより、 $\rho - \frac{d(1-b)y^*}{c} = 0.03$ 、 $\rho + \frac{d(1-b)y^*}{c} = 0.037$ である。

インフレ・ターゲティング政策が導入された期が t 期とすると、直後の $t+1$ 期の民間経済主体による期待インフレ率は(7)式の方法で形成される。それを受け、中央銀行が(3)式に従って $t+1$ 期のインフレ率を決定する。それを見て民間経済主体は、(7)式に従って $t+2$ 期の期待インフレ率が決定され、それを受けて中央銀行はインフレ率を決定する、ということが続くが、ここで、民間経済主体は $\lambda = 0.5$ で一定という、適応的期待を取っているとし、それを中央銀行が知っているというケースを考えよう。

このような想定のもと、インフレ・ターゲティング政策導入直後の期 ($t+1$ 期) の期待インフレ率がどの値の時、中央銀行の各期の厚生の割引現在価値の総和(1)'式が最大になるかを計算する。割引ファクター γ を 0.98 (割引率 2%) として、それぞれの期待インフレ率ごとに(1)'式の値を計算した結果が以下の図 A-1 である。

図 A-1 インフレ・ターゲティング政策導入直後の
期待インフレ率と(1)'の値の関係：計算例

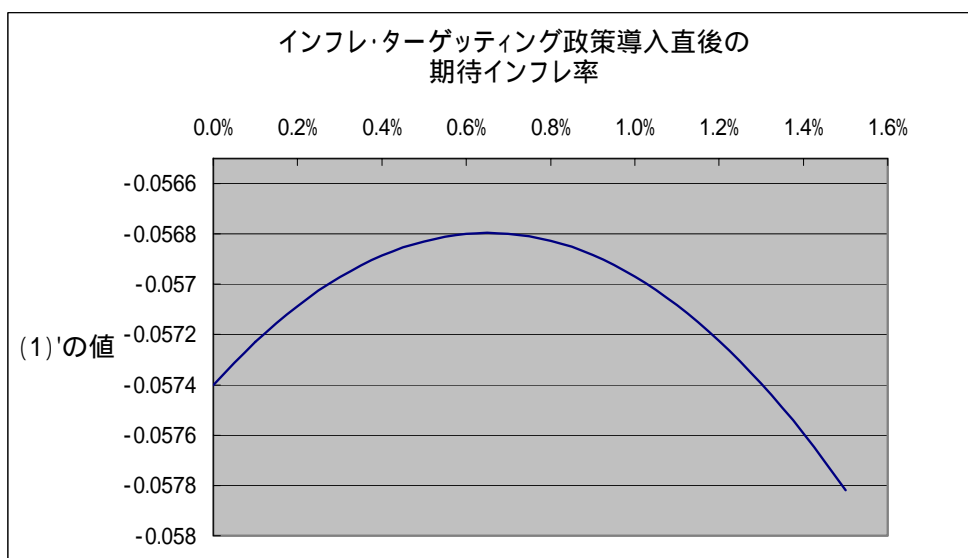


図 A-1 から、インフレ・ターゲティング政策導入直後の期 ($t+1$ 期) の期待インフレ率が 0.7% 近傍で、(1)'式の値が最大になることが分かる。

この時、中央銀行が $t+1$ 期の民間経済主体の期待形成方法を知っていれば、それが 0.7% になるようにターゲットの下限を設定すればよい。つまり、 $e_{t+1} = \alpha$ とするのを

分かっているならば、 $\alpha = 0.7\%$ と設定すれば厚生が最大になるし、 $e_{t+1} = \frac{\alpha + \beta}{2}$ とする

のを分かっているならば、 $\alpha = -2.3\%$ と設定すれば厚生が最大になる。

このように、中央銀行が民間経済主体のインフレ期待形成方法やパラメータを全て知っていれば、各期の厚生割引現在価値の総和(1)'式を最大にする「幅」のあるインフレ・ターゲットを設定することができる。

References

- Akerlof, G.A., W. T. Dickens, and G.L. Perry, (1996a), "Low Inflation or No Inflation: Should the Federal Reserve Pursue Complete Price Stability?", *Bookings Papers on Economic Activity*.
- Akerlof, G.A., W. T. Dickens, and G.L. Perry, (1996b), "The Macroeconomics of Low Inflation", *Bookings Papers on Economic Activity*.
- Akerlof, G.A., W. T. Dickens, and G.L. Perry, (2000), "Near-Rational Wage and Price Setting and the Optimal Rates of Inflation and Unemployment", *Bookings Papers on Economic Activity*.
- Athey, A., A. Atkeson, and P. Kohoe, (2005), "The Optimal Degree of Monetary Policy Discretion", *Econometrica*, 73(5), 1431-1476.
- Ball, L., (1999), "Policy Rules for Open Economies", in J.B.Taylor ed., *Monetary Policy Rules*, Chicago: University of Chicago Press, 127-144.
- Barro, R.J., and D.B. Gordon, (1983), "Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy", *Journal of Monetary Economics* 12, 101-121.
- Bernanke, B.S., (2007), "Inflation Expectations and Inflation Forecasting", at the Monetary Economics Workshop of the National Bureau of Economic Research Summer Institute, Cambridge, Massachusetts, July 10, 2007.
- Bernanke, B.S., T. Laubach, F. Mishkin and A.S. Posen, (1999), *Inflation Targeting: Lessons from the International Experience*, Princeton: Princeton University Press.
- Bernanke, B.S., and M. Woodford, (2005), *The Inflation-Targeting Debate*, Chicago: University of Chicago Press.
- Cecchetti, S.G., and M. Ehrmann (1999), "Does Inflation Targeting Increase

Output Volatility?: An International Comparison of Policymakers' Preferences and Outcome," *NBER Working Paper* No.7426.

Evans,G. and Honkapohja,S., (2001), "Learning and Expectations in Macroeconomics" Princeton: Princeton University Press.

Mishkin, F.S. and N. Westelius., (2006), "Inflation Band Targeting and Optimal Inflation Contract," *NBER Working Paper* No.12384.

Orphanides,A. and Wieland,V.,(2000), "Inflation Zone Targeting", *European Economic Review*, 44(7), 1351-1387.

Rogoff, K., (1985), "The Optimal Degree of Commitment to an Intermediate Target", *Quarterly Journal of Economics* 100, 1169-1189.

Summers, L.H., (1991), "How Should Long-Term Monetary Policy Be Determined?", *Journal of Money, Credit, and Banking* 23, 625-631.

Svensson, L.E.O., (1997a), "Inflation Forecast Targeting", *European Economic Review* 91, 39-69.

Svensson, L.E.O., (1997b), "Optimal Inflation Targets, "Conservative" Central Banks, and Linear Inflation Contracts", *American Economic Review* 87, No.1, 98-114.

Tobin, J., (1972), "Inflation and Unemployment," *American Economic Review* 62, No.1, 1-18.

Walsh, C.E., (1995), "Optimal Contracts for Central Bankers," *American Economic Review* 85, No.1, 150-167.

伊藤隆敏・林伴子 (2006), 『インフレ・ターゲットと金融政策』 東洋経済新報社.

武藤一郎 (2004), 「学習行動を導入した最近の金融政策ルール分析 経済構造に関する知識が不完全な下での期待形成と政策運営」 日本銀行ワーキング

ペーパーシリーズ, No.04-J-4.